

εσταδιστιχ̄

εσταδιστιχ̄

# Estadística aplicada

---

*Grado en ADE / Economía / Marketing /A+D / B+E UPV/EHU*

# ESTADISTIX

*Apuntes*

---



## 2. DISTRIBUCIONES DE POISSON Y BINOMIAL

### DISTRIBUCIÓN BINARIA O DE BERNOULLI

$$P(X = x) = p^x \cdot q^{1-x} \quad E(X) = p \quad V(X) = p \cdot q$$

### DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

$$\text{si } Z = X_1 + X_2 \dots + X_n$$

$$Z \in b(p, n) \quad P(Z = x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot q^{n-x} \quad E(Z) = n \cdot p \quad V(Z) = n \cdot p \cdot q$$

*Ejemplo: Si la proporción de alumnos repetidores de la asignatura de Estadística es del 0,3 ¿qué probabilidad hay de que saque una muestra al azar de 5 personas y...*

*a) uno sea repetidor*

*b) todos sean repetidores*

*c) menos de tres sean repetidores*

*d) alguno sea repetidor*

### Uso de tablas:

**Frecuencia binomial:**  $E\left(\frac{Z}{n}\right) = p \quad V\left(\frac{Z}{n}\right) = \frac{p \cdot q}{n}$

**DISTRIBUCIÓN DE POISSON**

$$X \in P(\lambda) \quad P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!} \quad E(x) = \lambda \quad V(x) = \lambda$$

si  $Z \in b(p, n)$  con  $n \geq 50$   $p \leq 0,1$   $np \leq 18$  entonces  $Z \in P(\lambda = n \cdot p)$

*Ejemplo: los goles de un futbolista se distribuyen como una Poisson y sabemos que marca 2,5 goles por partido de media.*

a) *¿Qué probabilidad hay de que en un partido solo marque 1?*

b) *¿Y de que en los 10 primeros partidos de la temporada en marque 22?*

*Ejemplo: la probabilidad de sacar matrícula de honor en una asignatura de Estadística es de 0,01. Si hay un total de 500 alumnos, ¿Cuál es la probabilidad de que saquen matrícula exactamente 6 alumnos?*

**Uso de tablas:**

**DISTRIBUCIÓN NORMAL**

$$X \in N(\mu, \sigma^2) \quad z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$\text{Notación: } P(x_1 < x < x_2) = P\left(\frac{x_1 - \mu}{\sigma} < z < \frac{x_2 - \mu}{\sigma}\right) = P\left(z < \frac{x_2 - \mu}{\sigma}\right) - P\left(z < \frac{x_1 - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{x_2 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - \mu}{\sigma}\right)$$

*Ejemplo: si la nota del examen final se distribuye como una normal de media 5,5 y desviación típica 2,2, ¿cuál es la probabilidad de que cojamos a un sujeto al azar y saque...*

a) ...más de un 5?

b) ...menos de un 7?

c) ...entre un 7 y un 9?

**CONVERGENCIA DE LA BINOMIAL Y LA POISSON A LA NORMAL**

$$Z \in b(p, n) \approx Z \in N(\mu = np; \sigma^2 = npq) \text{ si } \begin{cases} n \cdot p \geq 5 \\ n \cdot q \geq 5 \\ n \geq 30 \end{cases}$$
$$X \in P(\lambda) \approx X \in N(\mu = \lambda; \sigma^2 = \lambda) \text{ si } \lambda \geq 18$$

**Corrección de continuidad:**

*Ejemplo: la probabilidad de aprobar el examen es de 0,7 y cogemos una muestra de 50 alumnos. ¿Cuál es la probabilidad de que hayan aprobado menos de 40 alumnos?*

*Ejemplo: sabemos que el número de repetidores de la asignatura sigue una Poisson de  $\lambda = 40$ . ¿Cuál es la probabilidad de que este año repitan la asignatura más de 45 repetidores?*



<i>n</i>	<i>X</i>	0.01	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
13	0	0.8775	0.5133	0.2542	0.1209	0.0550	0.0238	0.0097	0.0037	0.0013	0.0004	0.0001
13	1	0.9928	0.8646	0.6213	0.3983	0.2336	0.1267	0.0637	0.0296	0.0126	0.0049	0.0017
13	2	0.9997	0.9755	0.8661	0.6920	0.5017	0.3326	0.2025	0.1132	0.0579	0.0269	0.0112
13	3	1.0000	0.9969	0.9658	0.8820	0.7473	0.5843	0.4206	0.2783	0.1686	0.0929	0.0461
13	4	1.0000	0.9997	0.9935	0.9658	0.9009	0.7940	0.6543	0.5005	0.3530	0.2279	0.1334
13	5	1.0000	1.0000	0.9991	0.9925	0.9700	0.9198	0.8346	0.7159	0.5744	0.4268	0.2905
13	6	1.0000	1.0000	0.9999	0.9987	0.9930	0.9757	0.9376	0.8705	0.7712	0.6437	0.5000
13	7	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9988	0.9944	0.9818	0.9538	0.9023	0.8212	0.7095
13	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9990	0.9960	0.9874	0.9679	0.9302	0.8666
13	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9975	0.9922	0.9797	0.9539
13	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9987	0.9959	0.9888
13	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9983
13	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
13	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
14	0	0.8687	0.4877	0.2288	0.1028	0.0440	0.0178	0.0068	0.0024	0.0008	0.0002	0.0001
14	1	0.9916	0.8470	0.5846	0.3567	0.1979	0.1010	0.0475	0.0205	0.0081	0.0029	0.0009
14	2	0.9997	0.9699	0.8416	0.6479	0.4481	0.2811	0.1608	0.0839	0.0398	0.0170	0.0065
14	3	1.0000	0.9958	0.9559	0.8535	0.6982	0.5213	0.3552	0.2205	0.1243	0.0632	0.0287
14	4	1.0000	0.9996	0.9908	0.9533	0.8702	0.7415	0.5842	0.4227	0.2793	0.1672	0.0898
14	5	1.0000	1.0000	0.9985	0.9885	0.9561	0.8883	0.7805	0.6405	0.4859	0.3373	0.2120
14	6	1.0000	1.0000	0.9998	0.9978	0.9884	0.9617	0.9067	0.8164	0.6925	0.5461	0.3953
14	7	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9976	0.9897	0.9685	0.9247	0.8499	0.7414	0.6047
14	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9978	0.9917	0.9757	0.9417	0.8811	0.7880
14	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9983	0.9940	0.9825	0.9574	0.9102
14	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9989	0.9961	0.9886	0.9713
14	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9978	0.9935
14	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9991
14	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
14	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
15	0	0.8601	0.4633	0.2059	0.0874	0.0352	0.0134	0.0047	0.0016	0.0005	0.0001	0.0000
15	1	0.9904	0.8290	0.5490	0.3186	0.1671	0.0802	0.0353	0.0142	0.0052	0.0017	0.0005
15	2	0.9996	0.9638	0.8159	0.6042	0.3980	0.2361	0.1268	0.0617	0.0271	0.0107	0.0037
15	3	1.0000	0.9945	0.9444	0.8227	0.6482	0.4613	0.2969	0.1727	0.0905	0.0424	0.0176
15	4	1.0000	0.9994	0.9873	0.9383	0.8358	0.6865	0.5155	0.3519	0.2173	0.1204	0.0592
15	5	1.0000	0.9999	0.9978	0.9832	0.9389	0.8516	0.7216	0.5643	0.4032	0.2608	0.1509
15	6	1.0000	1.0000	0.9997	0.9964	0.9819	0.9434	0.8689	0.7548	0.6098	0.4522	0.3036
15	7	1.0000	1.0000	1.0000	0.9994	0.9958	0.9827	0.9500	0.8868	0.7869	0.6535	0.5000
15	8	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9958	0.9848	0.9578	0.9050	0.8182	0.6964
15	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9963	0.9876	0.9662	0.9231	0.8491
15	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9972	0.9907	0.9745	0.9408
15	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9981	0.9937	0.9824
15	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9989	0.9963
15	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995
15	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
15	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
16	0	0.8515	0.4401	0.1853	0.0743	0.0281	0.0100	0.0033	0.0010	0.0003	0.0001	0.0000
16	1	0.9891	0.8108	0.5147	0.2839	0.1407	0.0635	0.0261	0.0098	0.0033	0.0010	0.0003
16	2	0.9995	0.9571	0.7893	0.5614	0.3518	0.1971	0.0994	0.0451	0.0183	0.0066	0.0021
16	3	1.0000	0.9930	0.9316	0.7899	0.5981	0.4050	0.2459	0.1339	0.0651	0.0281	0.0106
16	4	1.0000	0.9991	0.9830	0.9209	0.7982	0.6302	0.4499	0.2892	0.1666	0.0853	0.0384
16	5	1.0000	0.9999	0.9967	0.9765	0.9183	0.8103	0.6598	0.4900	0.3288	0.1976	0.1051
16	6	1.0000	1.0000	0.9995	0.9944	0.9733	0.9204	0.8247	0.6881	0.5272	0.3660	0.2272
16	7	1.0000	1.0000	0.9999	0.9989	0.9930	0.9729	0.9256	0.8406	0.7161	0.5629	0.4018
16	8	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9985	0.9925	0.9743	0.9329	0.8577	0.7441	0.5982
16	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9984	0.9929	0.9771	0.9417	0.8759	0.7728
16	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9984	0.9938	0.9809	0.9514	0.8949
16	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9987	0.9951	0.9851	0.9616
16	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9991	0.9965	0.9894
16	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9979
16	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997
16	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
16	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
17	0	0.8429	0.4181	0.1668	0.0631	0.0225	0.0075	0.0023	0.0007	0.0002	0.0000	0.0000
17	1	0.9877	0.7922	0.4818	0.2525	0.1182	0.0501	0.0193	0.0067	0.0021	0.0006	0.0001
17	2	0.9994	0.9497	0.7618	0.5198	0.3096	0.1637	0.0774	0.0327	0.0123	0.0041	0.0012
17	3	1.0000	0.9912	0.9174	0.7556	0.5489	0.3530	0.2019	0.1028	0.0464	0.0184	0.0064
17	4	1.0000	0.9988	0.9779	0.9013	0.7582	0.5739	0.3887	0.2348	0.1260	0.0596	0.0245
17	5	1.0000	0.9999	0.9953	0.9681	0.8943	0.7653	0.5968	0.4197	0.2639	0.1471	0.0717
17	6	1.0000	1.0000	0.9992	0.9917	0.9623	0.8929	0.7752	0.6188	0.4478	0.2902	0.1662
17	7	1.0000	1.0000	0.9999	0.9983	0.9891	0.9598	0.8954	0.7872	0.6405	0.4743	0.3145
17	8	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9974	0.9876	0.9597	0.9006	0.8011	0.6626	0.5000
17	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9969	0.9873	0.9617	0.9081	0.8166	0.6855
17	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9968	0.9880	0.9652	0.9174	0.8338
17	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9970	0.9894	0.9699	0.9283
17	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9975	0.9914	0.9755
17	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9981	0.9936
17	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9988
17	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
17	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
17	17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
18	0	0.8345	0.3972	0.1501	0.0536	0.0180	0.0056	0.0016	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000
18	1	0.9862	0.7735	0.4503	0.2241	0.0991	0.0395	0.0142	0.0046	0.0013	0.0003	0.0001
18	2	0.9993	0.9419	0.7338	0.4797	0.2713	0.1353	0.0600	0.0236	0.0082	0.0025	0.0007
18	3	1.0000	0.9891	0.9018	0.7202	0.5010	0.3057	0.1646	0.0783	0.0328	0.0120	0.0038
18	4	1.0000	0.9985	0.9718	0.8794	0.7164	0.5187	0.3327	0.1886	0.0942	0.0411	0.0154
18	5	1.0000	0.9998	0.9936	0.9581	0.8671	0.7175	0.5344	0.3550	0.2088	0.1077	0.0481
18	6	1.0000	1.0000	0.9988	0.9882	0.9487	0.8610	0.7217	0.5491	0.3743	0.2258	0.1189









ESTADISTIX

**Este dossier está hecho para seguir la clase de prueba.**

**Si te apuntas al curso te enviaremos el dossier entero con todos los temas que faltan, ejercicios y exámenes de años anteriores**

**Más información en:**

**[www.estadistix.com](http://www.estadistix.com)**

**Y si tienes cualquier consulta,  
escríbenos un whatsapp al 644310902**

